Zad. E05	I PRACOWNIA FIZYCZNA Instytut Fizyki US
Temat:	**Badanie drgań relaksacyjnych z neonówką**

Cel: Poznanie i zbadanie zjawisk w obwodach prądu elektrycznego w układzie relaksacyjnym z neonówką. Nauczenie studenta samodzielnego posługiwania się aparaturą pomiarową oraz wykształcenie umiejętności analizy i interpretacji wyników pomiarów.

Przyrządy: neonówka, kondensatory – dekada, kondensator o nieznanej pojemności, rezystory, zasilacz (anodowy Typ 2), mierniki elektryczne – UNI-T M 890 F, BM805 Brymen, przewody do połączeń.

1. ZAGADNIENIA

1. Znajomość zagadnień BHP w zakresie bezpiecznej pracy na stanowisku laboratoryjnym w pracy z prądem elektrycznym. Prąd rażeniowy.
2. Obwody drgające, pojemność kondensatora, ładowanie i rozładowanie kondensatora, zasada działania lampy neonowej.
3. Łączenie mierników i odbiorników prądu elektrycznego.
4. Prawa rządzące przepływem prądu, wielkości je opisujące, jednostki.
5. Drgania relaksacyjne – opis teoretyczny zagadnienia.

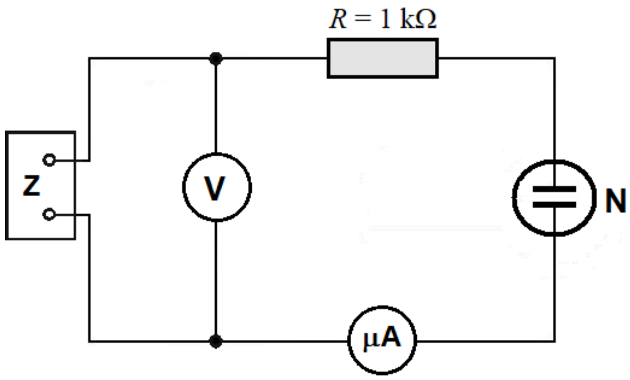
2. OPIS ZAGADNIENIA

Na podstawie literatury zapoznać się z opisami. Szczególnie – z zadaniem z olimpiady fizycznej: *Badanie obwodu elektrycznego z neonówką* [3]

3. PRZEBIEG WYKONANIA ĆWICZENIA

A. Wyznaczanie parametrów neonówki

1. Połączyć układ według schematu – Rys. 1.

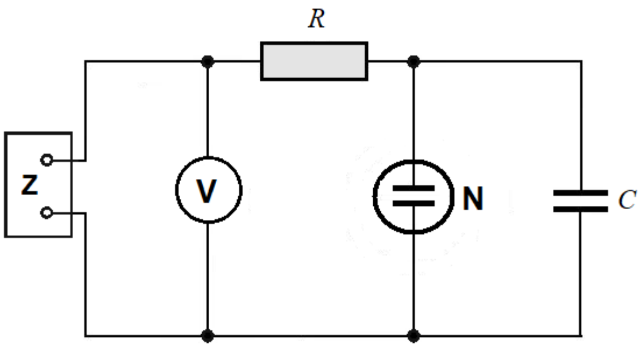


Rys. 1. Schemat układu pomiarowego: N – neonówka, μA – miernik uniwersalny na zakresie mikramperowym, V – miernik uniwersalny na zakresie 200 V, Z – zasilacz (anodowy Typ 2.

2. Wyznaczyć napięcie zapłonu U_z i gaśnięcia neonówki U_g. Pomiar powtórzyć sześć razy.
3. Wykonać pomiary do ustalenia zależności natężenia prądu od przyłożonego napięcia $I = I(U)$ (charakterystyki) dla napięcia z zakresu od 120 V do 150 V. Pomiary dokonać dla co najmniej 8 wartości rozłożonych równomiernie (w przybliżeniu) na krzywej charakterystyki dla pomiarów dla wartości wzrastających i, podobnie, dla wartości malejących U. Zwrócić szczególną uwagę na różnice w wartościach (wzrastająco-malejąco) dla wykreślenia histerezy.

B. Badanie drgań relaksacyjnych

1. Połączyć układ według schematu – Rys. 2.
2. Zmierzyć czas trwania 20 drgań relaksacyjnych dla wybranej wartości $R > 3$ MΩ i siedmiu różnych wartości C (0,2 μF < C < 1,1 μF). Utrzymywać stałą wartość przyłożonego napięcia podczas wykonywania pomiaru z zakresu 165 V ÷ 180 V.



Rys. 2. Schemat układu pomiarowego z kondensatorem.

3. Wyznaczyć czas trwania 20 drgań relaksacyjnych dla nieznanej pojemności kondensatora C_x zachowując tę samą wartość oporu R i napięcia U jak w punkcie B.2
4. Zmierzyć czas trwania 20 drgań dla sześciu różnych wartości oporu R i stałej pojemności C (dowolną pojemność wybrać z przedziału 0,3 μF < C < 1,1 μF). Utrzymywać stałą wartość przyłożonego napięcia podczas wykonywania pomiaru z zakresu 165 V ÷ 180 V.

4. OPRACOWANIE WYNIKÓW POMIARÓW

Wyznaczenie wartości pomiarowych. Obliczenie niepewności pomiaru.

A. Neonówka

1. Wyznaczyć niepewność graniczną pojedynczego pomiaru mierzonych wielkości.
2. Wyznaczyć średnie wartości U_z i U_g oraz ich odchylenia standardowe. Dla małej próby zastosować współczynniki $t_{n,\alpha}$ Studenta przy poziomie ufności $\alpha = 0{,}95$.
3. Wyznaczyć charakterystykę prądowo – napięciową neonówki $I(U)$. Obliczyć niepewności pomiaru napięcia i natężenia prądu wykonanych w punkcie 3.A.3.

B. Badanie drgań relaksacyjnych

1. Na podstawie pomiarów wykonanych w punktach od 3B.2 do 3B.4, obliczyć okres drgań relaksacyjnych T (= $t_{20}/20$) i niepewność pomiaru.
2. Sporządzić wykres $T(C)$. Przyjąć $\Delta C_i/C_i$ = 10%.
3. Wykorzystując wyznaczone parametry prostej, obliczyć wartość C_x.
4. Sporządzić wykres $T(R)$. Przyjąć $\Delta R_i/R_i$ = 15%.

Uwaga: Na wykresach (p. A3, B2-3) zaznaczyć odcinki niepewności pomiaru.

5. Obliczyć współczynniki kierunkowe otrzymanych prostych – metoda regresji liniowej.
6. Obliczyć odpowiadające wartości bezwymiarowego współczynnika k ze wzoru $k = T/RC$ (dokładniejsze – [2, 3]: $k = \ln[(U_0 - U_g)/(U_0 - U_z)]$) i porównać z odpowiadającymi z otrzymanych z p. 5.

C. Zestawić wyniki i niepewności pomiaru.

5. Dokonać dyskusji wyników, zapisać wnioski i uwagi dotyczące doświadczenia.

1. Przeanalizować źródła ewentualnych rozbieżności.
2. Zapisać wnioski i uwagi dotyczące przebiegu doświadczenia i realizacji doświadczenia.

6. LITERATURA

1. B. Pawlak, R. Gąsowski, J. Kozłowski: *Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki dla przyrodników*. Szczecin, Wyd. Naukowe US, 2005.
2. Szydłowski H.: *Pracownia fizyczna*. Wyd. IX, PWN, Warszawa 1999 (lub inne wydanie), p. 14.2.
3. *Badanie obwodu elektrycznego z neonówką* – zad.dośw. III st., VII Olimpiady fizyczna, http://of.szc.pl/pdf/7OF4DD_roz765.pdf
4. Podręczniki akademickie.
5. M890 – http://dydfiz.univ.szczecin.pl/pdf/pdf_248.pdf; BM805 – http://dydfiz.univ.szczecin.pl/pdf/pdf_246.pdf

*Dodatek

1. Dane z instrukcji dla mierników [5]:

Miernik uniwersalny M 890F, pomiar:
napięcie DC – zakresy 200 mV / 2 V / 20 V / 200 V: dokładność ±(0,5% wartości mierzonej +1 dla ostatniej cyfry znaczącej); natężenie prądu stałego DC: 2 mA / 20 mA ±(0,8%+1); 200 mA ±(1,2%+1);
pojemność: 2000 pF / 20 nF / 200 nF / 2 μF/ 20 μF – dokładność ±(2,5%+3);
rezystancja – zakresy 4 kΩ / 40 kΩ / 400 kΩ / 200 mV / 2 V / 20 V / 200 V: dokładność ±(0,.
rezystancja – zakresy: 200 Ω – ±(0,8%+3); 2 k Ω / 20 k Ω / 200k Ω / 2 MΩ – ±(0,8%+1); 20 MΩ – ±(1%+2).

Multimetr miernik BM805 BRYMEN (automatyczny), pomiar:
napięcie DC – zakresy 4 V / 40 V / 400 V: dokładność ±(0,5% wartości mierzonej +3 dla ostatniej cyfry znaczącej).
natężenie prądu DC – zakresy: 400 μA / 40 mA / 4 A – dokładność ±(2,0%+5); 4000 μA / 400 mA / 4 A – ±(1,2%+3);
pojemność – dokładność na wszystkich zakresach od 500 nF do 3000 μF: ±(3,5%+6).
rezystancja – zakresy: 4 kΩ / 40 kΩ / 400 kΩ, dokładność ±(0,6%+4); 4 MΩ – ±(1,0%+6);
Przykład. Jeśli wskazanie na zakresie 200 mA wynosi 107,7 to dla 1 % mamy 1,077. Dla 5 cyfr na ost. miejscu znaczącym daje 0,5. Zatem niepewność graniczna pojedynczego pomiaru wynosi: 1,6 (z zaokraglenia liczby 1,577).

2. Niepewność pomiaru

Niepewność całkowita wielkości x mierzonej bezpośrednio:

$$u(x)=\sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2+\frac{(\Delta_{\mathrm{d}}x)^2}{3}+\frac{(\Delta_{\mathrm{t}}x)^2}{3}+u_{\mathrm{e}}^2(x)} \tag{A}$$

gdzie pierwszy składnik pod pierwiastkiem – niepewność standardowa średniej; $\Delta_{\mathrm{d}}x$ – niepewność wzorcowania (niepewność wynikająca z dokładności przyrządu); $\Delta_{\mathrm{t}}x$ – niepewności wyników zaczerpniętych z literatury, tablic lub kalkulatora; $u_{\mathrm{e}}(x)$ – niepewność standardowa eksperymentatora.

Złożoną niepewność standardową $u(y)$ – niepewność dla funkcji kilku zmiennych $y=f(x_1,\ldots,x_i,\ldots,x_N)$ oblicza się korzystając z **prawa przenoszenia niepewności** pomiarów bezpośrednich nieskorelowanych w postaci

$$u(y)=\sqrt{\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 u^2(x_i)}=\sqrt{\sum_{i=1}^{N}\left[c_i\,u(x_i)\right]^2}\equiv\sqrt{\sum_{i=1}^{N}u_i^2(y)}\,,$$

gdzie N – liczba wielkości mierzonych bezpośrednio, c_i – współczynnik wrażliwości,
$u_i(y)\equiv c_i\,u(x_i)$ – udziały niepewności.

Obliczanie niepewności $u(y)$ można dokonać bez odwoływania się do rachunku różniczkowego korzystając z metody elementarnej – wzoru numerycznego wskazanego w *Przewodniku GUM* [1] poprzez obliczanie *udziałów niepewności*

$$u_i(y)=\frac{1}{2}\left|\,f(x_1,\ldots,x_i+u(x_i),\ldots,x_N)-f(x_1,\ldots,x_i-u(x_i),\ldots,x_N)\right| \tag{B}$$

$u_i(y)$ – zmiana wartości funkcji f spowodowana zmianą x_i o $+u(x_i)$ i o $-u(x_i)$.

$u(y)$ obliczamy jako sumę geometryczną udziałów $u_i(y)$:

$$u(y)=\sqrt{\sum_{i=1}^{N}u_i^2(y)}\,. \tag{C}$$

W przypadku gdy zależność funkcyjna dla f ma postać jednomianu: $y=c\,x_1^{\alpha_1}x_2^{\alpha_2}\ldots x_n^{\alpha_n}$, c – stała, wówczas wygodnie jest korzystać z prawa propagacji niepewności względnych[2]

$$\frac{u(y)}{|y|}=\sqrt{\sum_{i=1}^{N}\left[\alpha_i\,u_{\mathrm{r}}(x_i)\right]^2}\,, \tag{D}$$

gdzie $u_{\mathrm{r}}(x_i)\equiv u(x_i)/|x_i|$ – względna niepewność pomiaru wielkości x_i.

---

[1] *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*, ISO, Switzerland 1993, 1995; (dokument wydany w imieniu BIPM, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, IUPAP, OML). Fundamentalny dokument zbiorowego autora – zespołu międzynarodowych organizacji naukowo-technicznych – dla ustanowienia procedury wyrażania niepewności pomiaru, jest wydany przez Międzynarodową Organizację Normalizacyjną (ISO) Publikacja jest udostępniona online:
http://www.bipm.org/utils/common/documents/jcgm/JCGM_100_2008_E.pdf

[2] Niepewność względna w *Przewodniku GUM* nie ma oddzielnego oznaczenia. W sytuacjach nie powodujących nieporozumień można stosować zapis z indeksem dolnym „r” tj. $u_{\mathrm{r}}(y)\equiv u(y)/y$.

3. Porównywanie wyników

Chcąc porównać otrzymane wyniki z innym wynikiem, np. tablicowym x^{T}, korzystamy z przedziałowego ***kryterium zgodności wyników pomiarów***, czyli sprawdzamy czy dla naszych wyników spełniona jest nierówność:

$$\left|\bar{x} - x^{\mathrm{T}}\right| \le u(\bar{x}) + u(x^{\mathrm{T}}) \,. \tag{E}$$

Jeżeli powyższa nierówność nie zachodzi, należy zastąpić niepewność u przez *niepewność rozszerzoną U*, gdzie $U(x) = k u(x)$ a współczynnik k, w naszym przypadku należy przyjąć 2. Jeśli i wówczas ta nierówność nie jest spełniona to znaczy, że wyniki nie są zgodne.

Niepewność rozszerzona (*expanded uncertainty*) – zdefiniowana przez „wielkość określającą przedział wokół wyniku pomiaru, taki że można oczekiwać, iż obejmie on dużą część wartości, które w uzasadniony sposób można przyporządkować wielkości mierzonej."

Obie niepewności są powiązane zależnością $U = ku$, gdzie k – współczynnik rozszerzenia. Współczynnik rozszerzenia k zależny jest od liczby pomiarów oraz poziomu ufności (określany jest często mianem *współczynnika Studenta-Fishera* $t_{n,a}$), w większości przypadków przyjmujemy $k = 2$

4. Regresja liniowa – klasyczna (metoda najmniejszych kwadratów)[3]

Jeżeli pomiędzy dwiema wielkościami fizycznymi występuje zależność liniowa to regresja liniowa jest prostą metodą wyznaczenia parametrów najlepiej dopasowanej prostej. Parametry prostej określonej równaniem $\boldsymbol{y = mx + b}$ wyznaczamy przy użyciu ogólnie dostępnych (dość złożonych) wzorów. Znając współczynniki m i b regresji liniowej oraz współczynnik korelacji (Pearsona) r można, korzystając z poniższych wzorów, obliczyć niepewności pomiaru (odchylenia standardowe) typu A (statystyczne)

$$u_{\mathrm{A}}(m) = |m| \sqrt{\frac{1/r^2 - 1}{n-2}}, \qquad u_{\mathrm{A}}(b) = u_{\mathrm{A}}(m) \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2\right)\Big/ n} \,. \tag{F}$$

Wartości współczynników charakteryzujących prostą dla regresji liniowej szybko otrzymamy korzystając z funkcji wbudowanych w arkuszu kalkulacyjnym.

Współczynnik korelacji liniowej Pearsona r – bezwymiarowy wskaźnik z przedziału [–1, 1] określający stopień liniowej zależności dwóch zestawów danych. Składnia w Excelu: =PEARSON(tablica1;tablica2).

Współczynniki regresji liniowej, składnia w Excelu:

m: =NACHYLENIE(*znane_y*;*znane_x*); *b*: =ODCIĘTA(*znane_y*;*znane_x*)

Uwaga: zwrócić uwagę, że na pierwszym miejscu jest „*y*” a na drugim „*x*”.

Wartości: m i b, $u_{\mathrm{A}}(m)$ i $u_{\mathrm{A}}(b)$ oraz r^2 i $u(r)$ otrzymamy korzystając z bardziej wszechstronnej funkcji tablicowej REGLINP, która zwraca tablicę wartości. Składnia: =REGLINP(*znane_y*;*znane_x*;*stała*;*statystyka*).

Stała – argument opcjonalny; domyślna wartość PRAWDA oznacza normalne liczenie wartości wpółczynnnika b; wartość FAŁSZ wymusza , to stała $b = 0$ (wartość m jest dopasowana do danych tak, aby spełnić równanie $y = mx$), tak powinno się pojawić w naszym przypadku.

Statystyka – argument opcjonalny. Jeżeli dla wyświetlenia wartości funkcji oznaczymy obszar „2 kolumny na 2 wiersze (3 wiersze)” i wartością jest:

– PRAWDA, to funkcja w kolejnych wierszach zwraca kolejno: m i b, $u_{\mathrm{A}}(m)$ i $u_{\mathrm{A}}(b)$ – przy zaznaczeniu obszaru z 2 wierszami (oraz r^2 i $u(r)$ przy zaznaczeniu obszaru z 3 wierszami).

– FAŁSZ lub argument został pominięty, to funkcja zwraca jedynie wartości współczynników m i b.

Aby użyć funkcję REGLINP trzeba: (i) zaznaczyć obszar w którym ma się znaleźć wynik; (ii) wpisać nazwę funkcji; (iii) zatwierdzić jej wprowadzanie kombinacją klawiszy *Ctrl+Shift+Enter*.

Na temat wszystkich statystyk, generowanych przez funkcję REGLINP można przeczytać w Pomocy.

Uwaga. W arkuszu kalkulacyjnym jest wykorzystana tzw. normalna metoda najmniejszych kwadratów, pojawia się pytanie na ile ta metoda, w porównaniu do prostej regresji ortogonalnej z rys., jest uzasadniona.

[3] np. P. Bilski, M. Dobies, A. Kozak, M. Makrocka-Rydzyk, *Materiały do ćwiczeń ze wstępu do pracowni fizycznej. Normy ISO i matematyka w laboratorium.* Wyd. Naukowe UAM; 2014; A. Zięba: *Analiza danych w naukach ścisłych i technice*. PWN. Warszawa, 2014.