

Zad. E02	I PRACOWNIA FIZYCZNA Instytut Fizyki US
Temat:	Wyznaczanie skręcalności właściwej i stężenia roztworu cukru za pomocą polarymetru półcieniowego

Cel: wyznaczenie współczynnika skręcenia właściwego tzw. skręcalność właściwa, płaszczyzny polaryzacji światła dla wodnego roztworu cukru. Wykorzystanie zjawiska skręcenia kąta płaszczyzny polaryzacji do wyznaczenia nieznanego stężenia wodnego roztworu cukru.

Przyrządy: polarymetr półcieniowy firmy Zeiss, lampa sodowa o długości fali światła żółtego 589,3 nm, waga, cylindry miarowe, kolby, zlewki, woda destylowana, cukier, lejek.

1. ZAGADNIENIA

1. Zjawisko polaryzacji światła, rodzaje i metody polaryzacji światła. Płaszczyzna polaryzacji światła.
2. Skręcenie płaszczyzny polaryzacji światła przez substancje optycznie czynne. Prawo Biota.
3. Budowa i zasada działania polarymetru półcieniowego.
4. Rola płytki półcieniowej w precyzyjnym odczycie. Prawo Malusa i prawo Webera-Fechnera.
5. Zasada działania noniusza.

2. OPIS ZAGADNIENIA

Światło liniowo spolaryzowane rozchodzi się bez zmiany płaszczyzny polaryzacji w próżni i w większości ośrodków przezroczystych. Istnieją jednak substancje zwane optycznie czynnymi, które wywołują skręcenie płaszczyzny polaryzacji. Substancje te skręcają płaszczyznę polaryzacji światła spolaryzowanego liniowo na skutek asymetrii budowy cząsteczek (cząsteczki nie posiadające symetrii względem odbicia od płaszczyzny ponadto zawierające przewagę cząsteczek jednego rodzaju – prawo- lub lewoskrętnych). Przykładem ciekłej substancji aktywnie czynnej jest roztwór sacharozy, czyli zwykłego cukru. W wodnym roztworze cukru za to skręcenie odpowiedzialny jest asymetryczny atom węgla w cząsteczce cukru, ponadto sacharoza produkowana przez ziemskie organizmy (w tym burak cukrowy) jest w całości złożona z cząsteczek jednego rodzaju, jest więc optycznie czynna. (Sacharoza wyprodukowana chemicznie jest natomiast mieszaniną równej ilości cząsteczek „prawych” i „lewych”, nie skręca więc płaszczyzny polaryzacji.) Kąt skręcenia płaszczyzny polaryzacji będzie proporcjonalny do liczby cząsteczek, jakie napotka światło na swojej drodze. Oznacza to, że kąt skręcenia φ płaszczyzny polaryzacji będzie proporcjonalny do długości l drogi przebytej przez światło (o danej długości fali) i stężenia roztworu γ

$$\varphi = \alpha \gamma l, \quad (1)$$

gdzie

α – skręcalność właściwa (stosowana też jest nazwa: zdolność skręcająca właściwa roztworu)

γ – stężenie masowe roztworu

l – długość drogi promienia światła w rurce z roztworem (długość rurki pomiarowej).

Uwagi:

1. W przypadku gdy cząsteczki substancji optycznie czynnej nie ulegają zmianie w rozpuszczalniku, wzór (1) – tzw. prawo Biota, daje wyniki zgodne z doświadczeniem (np. dla sacharozy).
2. Skręcalność właściwa roztworu zależy od temperatury, długości fali światła.
3. Stężenie masowe (stężenie masowo-objętościowe) γ – stosunek masy m danej substancji do objętości V roztworu: $\gamma = m/V$. Ponieważ ze zmianą temperatury roztworu objętość jego zmienia się, możemy wyrazić zawartość substancji optycznie czynnej w roztworze przez ułamek wagowy w jako stosunek masy m substancji optycznie czynnej do masy M roztworu: $w = m/M$ (wielkość ta nie zależy od temperatury). Jeżeli w danej temperaturze gęstość roztworu jest ρ , to stężenie masowe substancji optycznie czynnej jest równe

$$\gamma = w \rho. \quad (2)$$

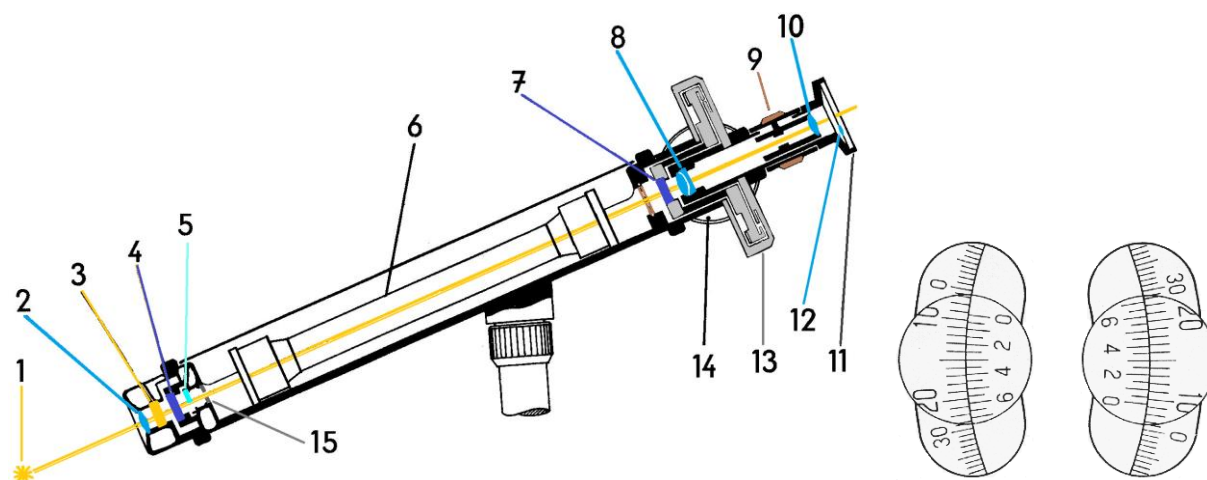
Korzystając z (1) i (2) skręcalność właściwą roztworu możemy obliczyć ze wzoru:

$$\alpha = \frac{\varphi}{w\rho l} \quad (3)$$

Wartości skręcalności właściwej α roztworu cukru wyznaczone będą przy użyciu polarymetru półcieniowego za pomocą którego mierzymy kąty i skręcenia płaszczyzny polaryzacji światła. Polarymetry stosowane do roztworów cukru noszą nazwę sacharymetrów.

3. UKŁAD POMIAROWY

Układ pomiarowy – rys. 5, składa się z polarymetru – rys. 1, sodowej lampy spektralnej z zasilaczem, rurki polarymetrycznej. Polarymetr przystosowany jest do wygodnej obserwacji przez ukośne ustawienie na kolumnie umieszczonej na okrągłej podstawie. Pojemnik z lampą podtrzymywany jest przez ramię przymocowane do podstawy kolumny. Przestrzeń, w której umieszcza się rurkę jest chroniona przed światłem z zewnątrz przez zamykaną osłonę.



Rys. 1. Schemat budowy polarymetru półcieniowego firmy Zeiss.

Rys. 2. Obraz skal polarymetru.

Promień świetlny po wyjściu ze źródła światła (1) i przejściu przez kolimator (soczewka skupiająca) (2) przenikają, jako wiązka równoległa przez filtr (żółty) (3) a następnie przez polaryzator (4), który wytwarza światło spolaryzowane. Na drodze spolaryzowanej wiązki stoi płytka półcieniowa (tzw. płytka Laurenta) (5), która zasłania środek pola widzenia i dzieli je na trzy części (rys. 3). Część środkowa kołowego otworu w przysłonie (15) jest zasłonięta płytką Laurenta. Badana substancja, optycznie czynna, umieszczona jest w rurce polarymetrycznej (6), skręca płaszczyznę polaryzacji przechodzącego światła. Poprzez drugi filtr polaryzacyjny – analizator (7), który służy do pomiaru kąta skręcenia, światło dostaje się do lunetki obserwacyjnej składającej się z obiektywu (8) i okularu (9). Analizator obracany jest za pomocą gałki pokrętniej (14) umieszczonej na obudowie polarymetru. Ustawienie lunetki na ostrość widzenia linii podziałki (krawędzi płytki Laurenta) dokonujemy za pomocą karbowanej nakrętki (9), której obracanie przesuwa okular wzdłuż osi lunetki. Odczytanie kąta skręcenia analizatora umożliwia połączone z nim koło podziałkowe (13) z dwoma skalami kątowymi o zakresie 0 – 180°, umożliwiając odczyt kąta co 1° oraz 2 skale noniusza. Dwie lupki (12) umieszczone w muszli okularu (11) ułatwiają odczytanie podziałki z rys. 2 (widoczne powiększenie).

Przykładowy obraz 2 skal polarymetru z noniuszami (lewy – L i prawy – P) widziany przez lupki, przedstawia rys. 2. Całkowitą ilość stopni określa kreska zerowa noniusza. Noniusz z 20 podziałkami pozwala na pomiar kąta z dokładnością 0,05° tj. 3'. Odczytu dokonujemy na tej samej zasadzie jak dla suwmiarki z noniuszem. Przyjmując oznaczenia dla wartości kąta na skali lewej – φ_L i prawej – φ_P z rys. 2 możemy odczytać: $\varphi_L = 9,30^\circ$ i $\varphi_P = 9,30^\circ$ (wartość kąta: $\varphi = \varphi_{sr} = (\varphi_L + \varphi_P)/2$).

Polaryzatory (4) i (7) są zasadniczymi elementami przyrządu. Natężenie przechodzącego światła jest, zgodnie z prawem Malusa, proporcjonalne do kąta ich skręcenia

$$I \sim \cos^2 \varphi \quad (4)$$

Jeżeli ich kierunki polaryzacji są „skrzyżowane”, tj. $\varphi = 90^\circ$, wtedy natężenie światła jest równe zero – pole widzenia jest całkowicie ciemne. Wstawienie substancji optycznie czynnej skręca płaszczyznę polaryzacji – pole widzenia ulega rozjaśnieniu. W celu ponownego zaciemnienia pola widzenia należy analizator obrócić o dodatkowy kąt, różnica obydwu kątów $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$, odczytana na skali przyrządu, jest kątem skręcenia.

W celu ominięcia trudności dokładnego ustawienia analizatora w pozycji największego zaciemnienia pola w układzie optycznym znajduje się urządzenie różnicowe – płytkę Laurenta (5). Jest to prostokątna płytka kwarcowa, skręcająca płaszczyznę polaryzacji, która jest widoczna jako środkowy pasek w polu widzenia przyrządu (rys. 3). Po przejściu światła przez płytkę, poszczególnych części wiązki światła tworzą ze sobą niewielki kąt, kierunek polaryzacji jest skręcony o dodatkowy kąt δ . Powoduje to, że o ile w polu widzenia nie przesłoniętym płytką zerowe natężenie światła obserwuje się przy pewnym kącie φ , to kąt całkowitego zaciemnienia dla pola płytki przesunięty jest do wartości $\varphi + \delta$. Ale położenie katowe analizatora ustalić też można jako kąt (równy $\varphi + \delta/2$), przy którym obydwie części pola widzenia jawią się jako jednakowo zaciemnione (ale nie całkiem ciemne). Odpowiadający kąt określić można znacznie dokładniej niż kąt całkowitego zaciemnienia. Ponieważ oko doskonale rozróżnia kontrasty sąsiadujących ze sobą obszarów słabo oświetlonych, natomiast źle rozróżnia kontrasty obszarów silnie oświetlonych, właściwym położeniem analizatora jest pole widzenia słabo oświetlone (ale równo) i stąd pochodzi nazwa – przyrząd półcieniowy.

Bardziej szczegółowe przedstawienie zagadnienia od strony teoretycznej – patrz Literatura.

4. PRZEBIEG WYKONANIA ĆWICZENIA

1. Włączyć zasilanie lampy sodowej polarymetru i odczekać (ok. 10 min) do momentu gdy światło wysyłane przez lampę sodową będzie żółte i jasne. Ustawić okular polarymetru tak, aby obraz pola widzenia był ostry.
2. Sporządzić co najmniej pięć roztworów wodnych cukru (sacharozy $C_{12}H_{22}O_{11}$) o różniących się stężeniach (mniejszych niż 20 %).

a) Odważyć cukier: ok. 1 g, 2 g, 4 g, 6 g, 8 g.

b) Do każdej odważonej masy cukru wlać wodę destylowaną do całkowitej masy roztworu ok. 50 g.

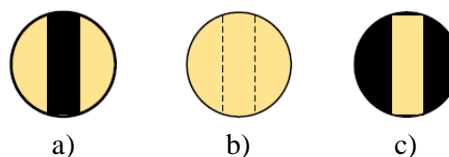
Uwagi: Kolbę ważymy, tarujemy wagę, wysypujemy przez lejek odważony oddzielnie cukier, zapisujemy masę. Przygotowaną wcześniej potrzebną ilość wody destylowanej nalewamy do kolby z cukrem do zadanej wartości masy M roztworu. Precyzyjne dolanie wody wykonujemy za pomocą pipety. Masa roztworu nie musi być dokładnie równa założonej ale musi być wyznaczona z założoną dokładnością.

Cukier powinien być dokładnie rozpuszczony.

3. Pozostawić roztwory do wyrównania temperatury z temperaturą otoczenia. Po wykonaniu pomiaru i wylaniu roztworu z rurki polarymetrycznej do zlewki zmierzyć jego temperaturę.
4. Zmierzyć długość rurki polarymetrycznej (długość drogi światła w cieczy).
5. Wyznaczyć „zero” polarymetru, czyli położenie katowe analizatora, przy którym występuje jednakowe oświetlenie całego pola widzenia. Pomiar ten należy wykonać z rurką nie zawierającą cieczy. Położenie początkowe zależy od ewentualnych niecentryczności podziałki kołowej oraz od indywidualnych cech obserwatora i nie zawsze pokrywa się z zerowym punktem skali.

Właściwe ustawienie analizatora jest wówczas, gdy niewielka zmiana kąta powoduje pojawienie się cienia w środku pola widzenia (rys. 3a) lub na zewnątrz (rys. 3c).

Obracając analizator należy znaleźć położenie, przy którym obie części pola są jednakowo ciemne (rys. 3b), odczytać wartości położenia analizatora (położenie zerowe) φ_0 dla lewej i prawej skali (wartość = 0 lub bardzo bliska 0°).



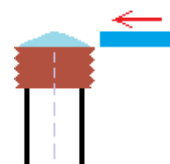
Rys. 3. Obrazy w polarymetrze.

6. Znaleźć położenie zerowe analizatora bez substancji skręcającej płaszczyznę polaryzacji.

W tym celu :

- Napełnić rurkę polarymetru wodą destylowaną i włożyć ją do polarymetru.
- Regulując pokrętkiem okularu doprowadzić do najostrzejszego obrazu linii podziału pół (obraz a) lub c) na rys. 2).
- Pomiar powtórzyć kilkakrotnie (min. 3x), za każdym razem zmieniając położenie analizatora i szukając położenia, w którym nie przepuszcza on światła, dla danej skali.
- Obliczyć średnią wartość zerowego położenia analizatora φ_{0sr} . Odczyt ten powinien pokrywać się z wyznaczonym „zerem” polarymetru bez cieczy.

Uwagi! Rurkę napełniamy w następujący sposób: Po odkręceniu nakrętki napełniamy rurkę wodą destylowaną (lub roztworem) aż do momentu powstania menisku. Następnie suche, **czyste szkiełko nakładkowe** nasuwamy na rurkę prostopadle do osi rurki, ścinając menisk – rys. 4 (aby nie dopuścić do pojawienia się pęcherzyków powietrza wewnątrz rurki), następnie nakręcamy ostrożnie nakrętkę. Między nakrętką a szkiełkiem nakładkowym musi być gumowa podkładka – należy sprawdzić.



Rys. 4.

Przed każdym użyciem **rurkę należy przepłukać** niewielką ilością tej cieczy, która następnie będzie nalana do rurki polarymetrycznej celem wykonania badania.

Po zakończeniu doświadczeń **rurkę przepłukujemy** wodą destylowaną.

- Wylać z rurki polarymetru wodę destylowaną, przepłukać ją roztworem cukru o znanym stężeniu, zaczynając od najniższego stężenia badanego cukru i napełnić rurkę tym roztworem. Włożyć rurkę do polarymetru.
- Zmierzyć kąt skręcenia płaszczyzny polaryzacji przez roztwór cukru zarówno dla lewej jak i prawej skali. Pomiar wykonać dla roztworów postępując jak powyżej.
- Wymieszać pozostałe w kolbach roztwory i wykonać dla mieszaniny pomiary kąta skręcenia płaszczyzny polaryzacji. Pomiar powtórzyć kilkakrotnie (co najmniej trzy razy) dla danej skali.

5. OPRACOWANIE WYNIKÓW POMIARÓW

A. Wyznaczenie wartości pomiarowych. Obliczenie niepewności pomiaru.

- Obliczyć stężenia masowe γ przygotowanych roztworów korzystając z (2).

- Obliczyć ułamki wagowe w

$$w = \frac{m}{M} \quad (4)$$

gdzie: m – masa cukru, $M = m + m_w$, m_w – masa wody destylowanej.

- Gęstości wodnych roztworów sacharozy znajdują się w Tabeli 1 (str. 6) i w karcie pomiarowej, można odnaleźć na stronach <http://zylla.wipos.p.lodz.pl/baza/04-08.html> lub <https://www.fizyka.umk.pl/~lab2/tables/C12H22O11.html>
- Wyznaczyć wartości średnie i odchylenia standardowe. Dla każdego stężenia masowego γ obliczyć średni kąt skręcenia płaszczyzny polaryzacji światła φ_{sr} dla wartości kątów φ_L i φ_P . (W przypadku gdy $\varphi_0 \neq 0$ należy uwzględnić poprawkę.)
 - Obliczyć zdolność skręcającą właściwą roztworów – wzór (3).
 - Korzystając ze znanych wzorów* obliczyć niepewność pomiaru skręcalności właściwej wodnego roztworu sacharozy (przyjąć $u(\gamma) = u(w)$).
 - Sporządzić wykres zależności kąta skręcenia płaszczyzny polaryzacji φ_{sr} od stężenia roztworu γ . Uwzględnić punkt odpowiadający stężeniu zerowemu. Dla każdego punktu nanieść odcinki niepewności pomiaru kąta i stężenia. Metodą regresji liniowej dopasować prostą $\varphi_{sr} = A\gamma + B$. Z wartości A wyznaczyć współczynnik α wraz z niepewnością pomiaru.
 - Porównać otrzymaną wartość z wartością z p. 3 oraz je porównać z danymi tablicowymi: $\gamma = (0,66588 \pm 0,00002) \text{ deg} \cdot \text{m}^2/\text{kg}$ i skomentować uzyskane wyniki pomiarów.
 - Korzystając z otrzymanych wyników znaleźć stężenie γ_x nieznanego roztworu.

Uwaga: Skręcalność właściwa świeżo przygotowanego roztworu cukru nie jest stała i dopiero po kilku godzinach przyjmuje wartość końcową (mutarotacja), która stanowi ok. połowy wartości początkowej.

B. Zestawić wyniki i niepewności pomiaru.

6. Dokonać dyskusji wyników, zapisać wnioski i uwagi dotyczące doświadczenia.

LITERATURA

1. Dryński T.: *Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki*. PWN, Warszawa 1980 (lub inne wyd.).
2. Mazurkiewicz J., Rębilas K., *Wyznaczanie stężenia roztworów cukru przy pomocy polarymetru*. Pracownia Fizyczna, UR w Krakowie. <http://krzysztofrebilas.republika.pl/Gotowe/cw-45.pdf>
3. Magiera A. (red.): I Pracownia fizyczna. p. 4.10: *Skręcenie płaszczyzny polaryzacji światła w cieczach*. Wyd. IV, IF UJ 2014; <http://www.1pf.if.uj.edu.pl/documents/5046939/5227638/skrypt.pdf>
4. *Polarymetr*. Pracownia Fizyczna, WFiIS AGH; http://www.fis.agh.edu.pl/~pracownia_fizyczna/cwiczenia/74_opis.pdf
5. *Pomiar skręcenia płaszczyzny polaryzacji wywołanej przez roztwór sacharozy oraz wyznaczenie skręcalności właściwej*. I Pracownia Fizyczna, WFiIS UŁ; <http://kawe.wfis.uni.lodz.pl/IPF/Instrukcje/O-17.pdf>
6. Szczeniowski S.: *Fizyka doświadczalna, cz. IV, Optyka*. PWN, Warszawa 1983; str. 476-477.
7. *Kalibracja polarymetru (wyznaczenie punktu „0°”) WIMiC AGH*; http://home.agh.edu.pl/~dabek/Kalibracja_polarymetru.pdf

* *Prawo przenoszenia niepewności względnych*

Szczególny przypadek, jeśli funkcja jest w postaci jednomianu

$$y = c x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \dots x_n^{\alpha_n},$$

wówczas względna niepewność pomiaru wielkości złożonej y (*złożona niepewność względna*)

$$u_{c,r} = \frac{u_c(y)}{|y|} \sqrt{\sum_{i=1}^n [\alpha_i u_r(x_i)]^2},$$

gdzie $u_r(x_i)$ – względna niepewność pomiaru wielkości x_i :

$$u_r(x_i) = \frac{u(x_i)}{|x_i|}.$$

Niepewność całkowita wielkości x mierzonej bezpośrednio:

$$u(x) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 + \frac{(\Delta_d x)^2}{3} + \frac{(\Delta_t x)^2}{3} + u_e^2(x)}$$

gdzie

pierwszy składnik pod pierwiastkiem – niepewność standardowa średniej

następnymi przyczynkami niepewności pomiaru są

$\Delta_d x$ – niepewność wzorcowania (niepewność wynikająca z dokładności przyrządu)

$\Delta_t x$ – niepewności wyników zaczerpniętych z literatury, tablic lub kalkulatora

$u_e(x)$ – niepewność standardowa eksperymentatora.

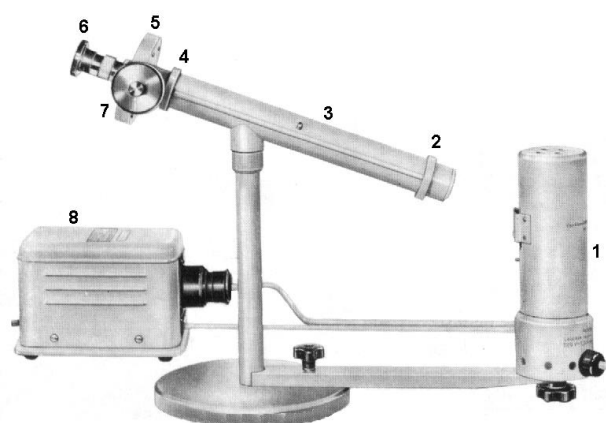
Tabela 1. Gęstość wodnego roztworu cukru (sacharozy $C_{12}H_{22}O_{11}$)
w zależności od jego stężenia procentowego (ułamka wagowego)

Ułamki wagowe roztworu sacharozy	Temperatura, °C		
	15	20	25
$w, \%$	gęstość, kg/m^3		
0	999,13	0998,23	0997,07
10	1023,40	1022,10	1020,70
15	1035,90	1034,50	1032,9
20	1048,60	1047,00	1045,3
4	1014,84	1013,88	1012,66
5	1018,84	1017,85	1016,61
6	1022,87	1021,86	1020,60
7	1026,92	1025,88	1024,61
8	1031,00	1029,94	1028,64
9	1035,12	1034,03	1032,71
10	1039,25	1038,14	1036,79
11	1043,43	1042,29	1040,92
12	1047,62	1046,46	1045,07
13	1051,86	1050,66	1949,25
14	1056,12	1054,90	1053,46
15	1060,41	1059,17	1057,72
16	1064,73	1063,46	1061,98
17	1069,09	1067,79	1066,29
18	1073,47	1072,15	1070,62
19	1077,89	1076,54	1074,99
20	1082,33	1080,96	1079,40

Dane na podstawie: *Zbiór danych do obliczeń z inżynierii chemicznej*. Red. A.Doniec; Łódź, Wyd. PŁ 1981;
<http://zylla.wipos.p.lodz.pl/baza/04-08.html>

W przypadku wartości pośrednich zarówno dla stężeń jak i temperatury należy dokonać interpolacji
lub skorzystać z dokładniejszych tablic np.

<http://technologzywnosci.blogspot.com/2012/03/gestosc-wodnych-roztworow-sacharoy.html>



- 1 – lampa sodowa,
- 2 – polarymetr,
- 3 – przykrywka rurki polarymetrycznej,
- 4 – analizator,
- 5 – tarcza ze skalą,
- 6 – okular,
- 7 – pokrętło do ustawiania analizatora,
- 8 – zasilacz lampy sodowej.

Rys. 5. Widok zestawu doświadczalnego z polarymetrem firmy Zeiss Jena.