

<b>Zad. M 07A</b>	<b>I PRACOWNIA FIZYCZNA Instytut Fizyki US</b>
<b>Temat:</b>	<b>Wyznaczanie ciepła właściwego ołowiu i ciepła topnienia lodu</b>

*Cel:* poznanie procesów przemian energetycznych, procesu przemiany fazowej na podstawie topnienia lodu, zapoznanie się z pojęciami termodynamicznymi oraz zastosowaniem zasady bilansu cieplnego do wyznaczenia wartości ciepła właściwego wybranych ciał stałych i ciepła topnienia lodu. Przygotowanie studenta do samodzielnego posługiwania się aparaturą pomiarową oraz wykształcenie umiejętności analizy i interpretacji wyników pomiarów.

*Przyrządy:* kalorymetr, kubki styropianowe do napojów gorących z przykrywką, termometr, termometr bezdotykowy, cylinder miarowy, kulki ołowiane, czajnik, woda, waga, miarka zwiżana.

## 1. ZAGADNIENIA

1. Temperatura, energia wewnętrzna.
2. Przepływ ciepła, pierwsza zasada termodynamiki, ciepło właściwe, ciepło topnienia.
3. Zasada działania i metoda pomiaru ciepła za pomocą kalorymetru.
4. Zjawisko topnienia ciał stałych, zależność temperatury topnienia od temperatury i ciśnienia.

## 2. OPIS ZAGADNIENIA

Na podstawie literatury zapoznać się z zagadnieniem. Patrz też poniżej – „Uzupełnienie: Podstawowe pojęcia i wielkości”.

## 3. PRZEBIEG WYKONANIA ĆWICZENIA

### A. Metoda pomiarów.

#### A1. Badanie przemian energetycznych spadających kulek.

Przyrost energii wewnętrznej kulek z ołowiu uzyskuje się przez obrót rurką plastikową w której się znajdują kulki z ołowiu – rys. 1. Rurkę ustawiamy pionowo, a następnie obracamy tak, aby kulki znalazły się w górnej części rury – rys. 1, a następnie opadły swobodnie na dno. Podczas spadku kulki uzyskują energię kinetyczną równą pracy sił przyciągania ziemskiego. Od strony energetycznej, kulki spadając z wysokości  $h$  tracą swoją energię potencjalną, która zamieniana jest na ich energię kinetyczną. W momencie upadku na dno rury kulki zatrzymują się – ich energia kinetyczna przemienia się całkowicie w energię wewnętrzną, a siły hamujące ruch kulek wykonują pracę. W tym przypadku skutkiem wykonanej pracy będzie ogrzanie kulek (a także dna rury). Jednak, aby to stwierdzić, musimy nasze doświadczenie powtarzać wielokrotnie obracając rurę. Dopiero wtedy uzyskany efekt będzie dostatecznie duży, aby mógł być zmierzony.

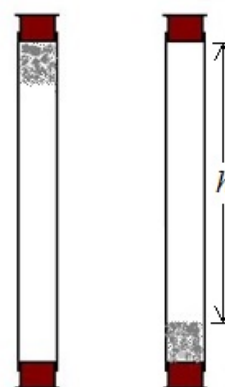
Jeśli z tej samej wysokości będzie  $n$  spadków kulek, tj. będzie  $n$  obrotów rurką góra-dół, rys. 1, wówczas bilans energetyczny ma postać

$$\Delta E_p = \Delta E_w + E_r, \quad (1)$$

gdzie

$\Delta E_p$  – zmiana energii potencjalnej kulek;

$\Delta E_w$  – przyrost energii wewnętrznej kulek;



Rys. 1. Schemat układu dośw. z rurką i kulkami.

$E_r$  – energia, która została rozproszona, np. zwiększyła energię wewnętrzną rury.

Ponieważ

$$\Delta E_p = nmgh, \quad \Delta E_w = cm\Delta t, \quad (2)$$

gdzie

$m$  – masa kulek ołowianych,

$c$  – ciepło właściwe ołowiu,

$\Delta t$  – przyrost temperatury kulek po  $n$  spadkach z wysokości  $h$  (po  $n$  obrotach góra-dół),  
więc

$$E_r = nmgh - cm\Delta t, \quad (3a)$$

lub

$$\frac{E_r}{m} = ngh - c\Delta t. \quad (3b)$$

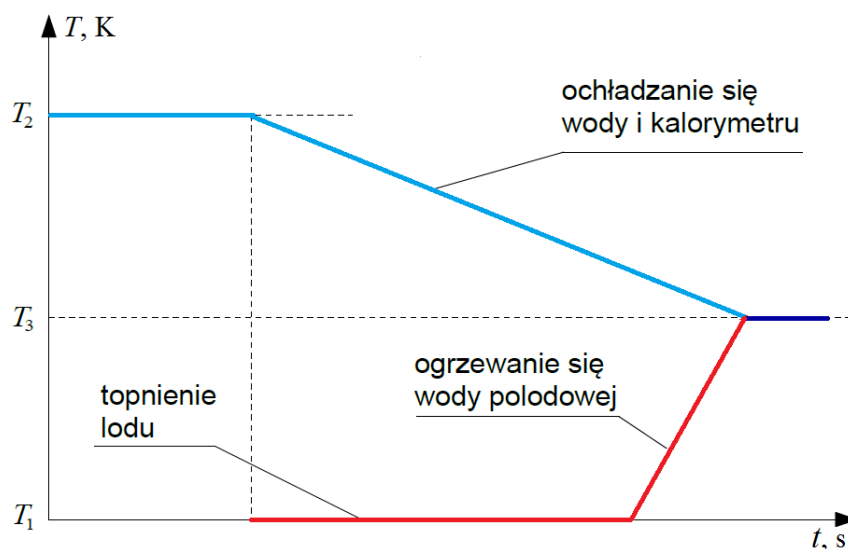
Jeśli w całości energia potencjalna kulek została by zamieniona na ich energię wewnętrzną wówczas można wyznaczyć ciepło właściwe  $c'$  substancji kulek. Z (3)

$$c' = \frac{ngh}{\Delta t}. \quad (4)$$

## A2. Wyznaczanie ciepła topnienia lodu.

Mając przygotowany kalorymetr z wodą i gdy wrzucimy do niego kawałki osuszonego lodu to po kilku minutach lód się stopi (o ile nie będzie za dużo lodu) i ustali się temperatura końcowa.

Procesy zachodzące w omawianym układzie ilustruje Rys. 2. W procesach ochładzania się kalorymetru z wodą ciepło jest oddawane przez wodę, którą waliśmy do kalorymetru i naczynie wewnętrzne kalorymetru wraz z mieszadłem. Natomiast w procesach topnienia lodu i ogrzewania się wody polodowej ciepło jest pobierane przez roztopiający się lód oraz wodę powstałą z roztopionego lodu.



Rys. 2. Schematyczny wykres zmian temperatur w układzie: kalorymetr, woda, lód.

Wprowadźmy oznaczenia

$q$  – ciepło topnienia lodu, J/kg;

$m_1$  – masa lodu (wody powstałej z jego stopnienia), kg;

$m_k$  – masa kalorymetru (wewnętrzna część z przykrywką) z mieszadłem, kg;

$m_w$  – masa wody znajdującej się w kalorymetrze, kg;  
 $c_k$  – ciepło właściwe kalorymetru, J/(kg °C);  
 $c_w$  – ciepło właściwe wody, 4186 J/(kg °C);  
 $t_2$  – temperatura początkowa kalorymetru z nalaną do niego wodą, °C;  
 $t_1$  – temperatura topniejącego lodu i powstałej z niego wody ( $t_1 = 0$  °C);  
 $t_3$  – temperatura końcowa kalorymetru z nalaną do niego wodą i wodą z lodu (°C).

Lód topiąc się pobiera ciepło  $Q_1 = m_1 q$ .

Woda powstała z lodu ogrzewa się pobierając ciepło  $Q_2 = c_w m_1 (t_3 - t_1)$ .

Woda z kalorymetrem (wewnętrzna część z przykrywką), mieszadłem, termometrem zmniejszają swoją energię wewnętrzną od temperatury  $t_2$  do temperatury  $t_3$ . Zmiana tej energii jest przekazana w postaci strumienia ciepła  $Q_3$  do lodu dla zmiany jego stanu skupienia a następnie do podniesienia temperatury wody ze stopionego lodu i jest równa

$$Q_3 = m_k c_k (t_2 - t_3) + m_w c_w (t_2 - t_3). \quad (5)$$

Pominęliśmy część strumienia ciepła pochodzącą od termometru. W procesie tym, ciepło pobrane przez lód i powstałą z niego wodę jest równe ciepłu oddanemu przez ciała, które pozostają z nim w kontakcie cieplnym o ile przyjmujemy, że układ z kalorymetrem jest izolowany. Wówczas możemy skorzystać z zasady bilansu cieplnego pisząc

$$Q_1 + Q_2 = Q_3. \quad (6)$$

Stąd otrzymamy wzór do obliczenia  $q$

$$q = \frac{(m_k c_k + m_w c_w)(t_2 - t_3)}{m_1} - c_w (t_3 - t_1). \quad (7)$$

*Uwaga:* W naszym ćwiczeniu ideę izolacji układu od otoczenia realizuje kalorymetr. Kalorymetr nie jest idealnie izolowany od otoczenia. W rzeczywistości podczas całego procesu topnienia lodu następuje stały dopływ ciepła do układu. Ten dopływ ciepła można uwzględnić w bilansie odejmując od wyznaczonej doświadczalnie temperatury końcowej odpowiednią poprawkę.

## B. Wykonanie doświadczenia.

### B1. Czynności – wyznaczenie ciepła topnienia ołowiu.

1. Wyznaczyć masę kubka (styropianowy do napojów gorących). Wsypać kulki ołowiane i wyznaczyć masę.
2. Wyznaczyć temperaturę kulek za pomocą termometru bezdotykowego.
3. Wsypać kulki do rury. Zmierzyć za pomocą miarki zwijanej głębokość do jakiej sięgają kulki w rurce. Zmierzyć głębokość na jaką wchodzi korek zamykający rurę. Obliczyć wysokość  $h$ .
4. Po zakorkowaniu rury wykonać 50 półobrotów rurą do pionu: góra-dół.
5. Wsypać kulki (po odkorkowaniu rury) do kubka i szybko mierzyć ich temperaturę, delikatnie przesypując. Temperaturę kulek przyjąć dla największej wartości.

### B2. Czynności – wyznaczenie ciepła topnienia lodu.

1. Wyznaczyć masę  $m_k$  wewnętrznej części kalorymetru, wraz z pokrywką i mieszadłem.
2. Nalać wody o temperaturze ok. 35 °C do wysokości ok. 1/3 kalorymetru. Włożyć do kalorymetru mieszadło i przykryć go pokrywką. Zważyć kalorymetr z wodą. Wyznaczyć masę  $m_w$ .

- Umieścić kalorymetr w osłonie zewnętrznej i mierzyć co 30 sekund (przez ok. 5 minut) temperaturę wody i kalorymetru, wyznaczyć temperaturę minimalną –  $t_2$ .
- Wrzucić do kalorymetru osuszone bibułką kawałki lodu (ok. 40 g) i mieszając mieszadłem kontynuować pomiar temperatury układu woda + lód w kalorymetrze. Pomiar zakończyć w kilka minut po stopieniu się lodu (gdy temperatura zacznie wzrastać). Wyznaczyć minimalną wartość temperatury –  $t_3$ .
- Wyznaczyć masę układu: kalorymetr (wewnętrzna część) wraz z pokrywką i mieszadłem z wodą i wodą ze stopionego lodu. Obliczyć masę wody powstałej ze stopionego lodu.

*Uwaga:* Wielokrotność pomiarów powinna być dobrana do założonej dokładności. Ważenie dokonujemy 2-3 krotnie.

## 4. OPRACOWANIE WYNIKÓW POMIARÓW

### A. Wyznaczenie wartości pomiarowych. Obliczenie niepewności pomiaru.

- Obliczyć wartości średnie.
- Obliczyć wartość  $c$  i  $q$  korzystając ze wzorów, odpowiednio (4) i (7).
- Obliczyć wartość  $E_r$  – energia, która została rozproszona, wzór (3a).

### B. Niepewności pomiaru.

- Obliczyć niepewności pomiaru wartości średnich.
- Oszacuj niepewność pomiaru wartości  $c$  i  $q$ . Skorzystaj z metody elementarnej obliczenia złożonej niepewności standardowej.

### C. Zestawienie wyników i niepewności pomiaru.

## 5. Przeanalizować wyniki, porównać wartości z danymi tablicowymi; zapisać wnioski i uwagi dotyczące doświadczenia.

- Porównać uzyskane wartości  $c$  i  $q$  z danymi tablicowymi. Skorzystać z kryterium zgodności.
- Przeanalizować źródła ewentualnych rozbieżności.
- Zapisać wnioski i uwagi dotyczące przebiegu doświadczenia i jego realizacji.

## LITERATURA

- A. Magiera (red.): I *Pracownia fizyczna*. Wyd. IV, IF UJ 2014, p. 2.2, <http://www.1pf.if.uj.edu.pl/documents/5046939/5227638/skrypt.pdf> (dostęp maj 2017)
- Wyznaczanie ciepła topnienia lodu w Kalorymetr*: [http://dydaktyka.fizyka.szc.pl/pdf/pdf\\_232.pdf](http://dydaktyka.fizyka.szc.pl/pdf/pdf_232.pdf)
- Analiza procesu topnienia lód-woda w kalorymetrze i warunek równowagi* – zad. 2 z III Międzynarodowej Olimpiady Fizycznej: [http://ipho.org/problems-and-solutions/1969/3rd\\_IPhO\\_1969.pdf](http://ipho.org/problems-and-solutions/1969/3rd_IPhO_1969.pdf). Zadania dostępne ze strony: [www.of.szc.pl](http://www.of.szc.pl) zakładka: Zadania: [http://www.of.szc.pl/pdf/3OF0T2\\_roz761.pdf](http://www.of.szc.pl/pdf/3OF0T2_roz761.pdf).

### \*Dodatek

#### 1. Niepewność pomiaru

Niepewność całkowita wielkości  $x$  mierzonej bezpośrednio:

$$u(x) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 + \frac{(\Delta_d x)^2}{3} + \frac{(\Delta_t x)^2}{3} + u_e^2(x)} \quad (A)$$

gdzie pierwszy składnik pod pierwiastkiem – niepewność standardowa średniej;  $\Delta_d x$  – niepewność wzorcowania (niepewność wynikająca z dokładności przyrządu);  $\Delta_t x$  – niepewności wyników zaczerpniętych z literatury, tablic lub kalkulatora;  $u_e(x)$  – niepewność standardowa eksperymentatora.

**Złożoną niepewność standardową  $u(y)$**  – niepewność dla funkcji kilku zmiennych  $y = f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_N)$  oblicza się korzystając z **prawa przenoszenia niepewności** pomiarów. Obliczanie niepewności  $u(y)$  można dokonać bez odwoływania się do rachunku różniczkowego korzystając z metody elementarnej – wzoru numerycznego wskazanego w *Przewodniku GUM*<sup>1</sup> poprzez obliczanie *udziałów niepewności*

$$u_i(y) = \frac{1}{2} \left| f(x_1, \dots, x_i + u(x_i), \dots, x_N) - f(x_1, \dots, x_i - u(x_i), \dots, x_N) \right| \quad (B)$$

$u_i(y)$  – zmiana wartości funkcji  $f$  spowodowana zmianą  $x_i$  o  $+u(x_i)$  i o  $-u(x_i)$ .

$u(y)$  obliczamy jako sumę geometryczną udziałów  $u_i(y)$ :

$$u(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N u_i^2(y)} \quad (C)$$

## 2. Porównywanie wyników

Chcąc porównać otrzymane wyniki z innym wynikiem, np. tablicowym  $x^T$ , korzystamy z przedziałowego **kryterium zgodności wyników pomiarów**, czyli sprawdzamy czy dla naszych wyników spełniona jest nierówność:

$$\left| \bar{x} - x^T \right| \leq u(\bar{x}) + u(x^T) \quad (D)$$

Jeżeli powyższa nierówność nie zachodzi, należy zastąpić niepewność  $u$  przez *niepewność rozszerzoną*  $U$ , gdzie  $U(x) = k u(x)$  a współczynnik  $k$ , w naszym przypadku należy przyjąć 2. Jeśli i wówczas ta nierówność nie jest spełniona to znaczy, że wyniki nie są zgodne.

Niepewność rozszerzona (*expanded uncertainty*) – zdefiniowana przez „wielkość określającą przedział wokół wyniku pomiaru, taki że można oczekiwać, iż obejmie on dużą część wartości, które w uzasadniony sposób można przyporządkować wielkości mierzonej.”

Obie niepewności są powiązane zależnością  $U = k u$ , gdzie  $k$  – współczynnik rozszerzenia. Współczynnik rozszerzenia  $k$  zależy jest od liczby pomiarów oraz poziomu ufności (określany jest często mianem *współczynnika Studenta-Fishera*  $t_{n,a}$ ), w większości przypadków przyjmujemy  $k = 2$

## Uzupełnienie: Podstawowe pojęcia i wielkości<sup>2</sup>

Kalorymetria zajmuje się procesami, w których występuje wyłącznie cieplny przepływ energii. Rozpatruje je ona z punktu widzenia zasady zachowania energii, która w zastosowaniu do tych procesów przyjmuje postać tak zwanego bilansu cieplnego.

**Energia wewnętrzna,  $U$**  – całkowita energia układu będąca sumą wszystkich rodzajów energii wszystkich cząsteczek danego ciała lub układu ciał, które zależą od stanu wewnętrznego a nie zewnętrznego. Do energii wewnętrznej nie wlicza się energii kinetycznej układu jako całości oraz jego energii potencjalnej w polu sił. Ponieważ wartość energii wewnętrznej jest trudna do ustalenia ze względu na jej złożony charakter, w opisie procesów termodynamicznych operuje się najczęściej zmianami energii wewnętrznej, a nie jej całkowitą wartością. Podejście takie umożliwia pominięcie tych rodzajów energii, które nie zmieniają się w rozpatrywanym układzie termodynamicznym.

*Uwaga!* Proces przekazywania ciału energii wewnętrznej przez pracę pozwala w sposób ilościowy zdefiniować zmianę energii wewnętrznej:  $\Delta U = W$ , gdzie  $W$  jest pracą wykonaną przez ciało lub nad ciałem.

Sposoby zmiany energii wewnętrznej ciała:

- przez pracę (*na sposób pracy*),
- przez cieplny przepływ energii (*na sposób ciepła*).

**Ciepło** – termin (jego sens zależy od kontekstu), który jest używany dwojako:

- a) proces; bardziej poprawnie zamiast „ciepło”, powinniśmy mówić – cieplny przepływ (lub przekaz) energii a skrótkowo – przepływ ciepła;

<sup>1</sup> *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*, ISO, Switzerland 1993, 1995; (dokument wydany w imieniu BIPM, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, IUPAP, OML). Fundamentalny dokument zbiorowego autora – zespołu międzynarodowych organizacji naukowo-technicznych – dla ustanowienia procedury wyrażania niepewności pomiaru, jest wydany przez Międzynarodową Organizację Normalizacyjną (ISO) Publikacja jest udostępniona online: [http://www.bipm.org/utls/common/documents/jcgm/JCGM\\_100\\_2008\\_E.pdf](http://www.bipm.org/utls/common/documents/jcgm/JCGM_100_2008_E.pdf)

<sup>2</sup> Skorzystano: T.Molenda, J.Stelmach: *Fizyka – prościej, jaśniej*. Interbook, Szczecin 2003 (lub inne wydanie).

b) wielkość fizyczna  $Q$  charakteryzująca proces cieplnego przepływu energii równa ilości przekazanej energii.

*Uwagi:*

Ciepło może być rozumiane jako ilość energii potrzebna do zmiany stanu skupienia ciała (jest to tzw. ciepło utajone).

„Ciepło” jest nazwą historyczną, którą często i błędnie utożsamia się z energią wewnętrzną ciała, mówiąc „ciało posiada ciepło”.

Błędem, i to poważnym, jest mówienie „energia cieplna”. Ciepło nie jest formą energii. Od strony matematycznej nie jest funkcją stanu i nie można potraktować jako przyrostu  $\Delta Q$  czy różniczki funkcji  $dQ$ , jest tzw. formą Pfaffa.

**Ciepło (cieplny przepływ energii)**,  $Q$  – ta część energii wewnętrznej  $\Delta U$ , którą ciało o temperaturze wyższej przekazuje ciału o temperaturze niższej bez wykonywania pracy  $W$

$$Q = \Delta U, \quad \text{gdy} \quad W = 0.$$

*Uwaga:* mikroskopowo – ciepło może być rozumiane jako ta część energii wewnętrznej, która przekazywana jest między cząsteczkami i/lub atomami podczas zderzeń.

**Kaloria**, cal – używana dawniej, obecnie niedopuszczona jednostka przy określaniu ilości ciepła, równa ilości ciepła, jakiej potrzeba do ogrzania 1 g czystej wody o 1 °C. 1 cal = 4,1868 J.

**Ciepło właściwe** substancji,  $c$  – stosunek ilości ciepła  $Q$  pobranego przez ciało do iloczynu masy  $m$  substancji tego ciała i przyrostu jego temperatury  $\Delta T$  wywołanego pobraniem tego ciepła  $Q$

$$c = \frac{Q}{m\Delta T}.$$

Ciepło właściwe informuje nas o ilości ciepła pobieranego (lub oddawanego) przez 1 kg danej substancji przy zmianie temperatury o 1 kelwin. Jednostką ciepła właściwego jest **dżul na kilogram i kelwin**

**Pojemność cieplna**,  $C$  – stosunek ilości ciepła  $Q$  dostarczonego ciału (układowi) do zmiany jego temperatury  $\Delta T$ :  $C = Q/\Delta T$ . Pojemność cieplna  $C$  ciała o masie  $m$  jest równa  $C = mc$ , gdzie  $c$  jest *cieplem właściwym*.

**Ciepło topnienia**,  $q$  – stosunek ilości ciepła  $Q$  pobranego do stopienia ciała o masie  $m$  do jego masy przy stałym ciśnieniu i temperaturze

$$q = \frac{Q}{m}.$$

Procesem odwrotnym do topnienia jest krzepnięcie. Wartość  $Q$  dla obu procesów jest taka sama.

**Bilans cieplny** – zestawienie ilości ciepła doprowadzonego do układu i ilości ciepła odprowadzonego z układu.

Jeżeli między ciałami o różnych temperaturach, które są w kontakcie termicznym między sobą i tworzą układ odizolowany termicznie od otoczenia, następuje wymiana energii tylko na sposób ciepła, to jej ilość  $Q$  jest równa (co do wartości) przyrostowi energii wewnętrznej  $\Delta U_n$  ciał o temperaturze niższej od pozostałych i jest równa zmniejszeniu energii wewnętrznej  $\Delta U_w$  ciał o temperaturze wyższej.

Uwaga! Powyższy warunek zapisywany był dawniej w postaci  $Q_{\text{pob}} = Q_{\text{odd}}$  gdzie  $Q_{\text{pob}} = \Delta U_n$ ,  $\Delta U_w = Q_{\text{odd}}$ .

**Przemiana termodynamiczna (proces termodynamiczny)** – przejście układu z jednego stanu równowagi termodynamicznej (stanu początkowego) do drugiego stanu równowagi termodynamicznej (stanu końcowego).

**Przeliczenia** temperatur z różnych skal możemy dokonać ze związków

$$\{t_F\} = 32 + 1,8\{t\}, \quad \{t\} = 5/9(\{t_F\} - 32), \quad \{T\} = \{t\} + 273,15$$

gdzie  $\{t_F\}$  i  $\{t\}$  – wartości liczbowe temperatur w skalach, odpowiednio – Fahrenheita i Celsjusza,  $\{T\}$  – wartość liczbową temperatury termodynamicznej, której jednostką jest kelwin.