Zad. M 16	I PRACOWNIA FIZYCZNA Instytut Fizyki US
Temat:	**II zasada dynamiki Newtona, doświadczalne potwierdzenie zależności $a(F)$**

Cel: zbadanie zależności $a = a(F)$ przy stałej masie układu. Wyznaczenie masy ślizgacza na podstawie II zasady dynamiki. Prawidłowe i szczegółowe opracowanie danych pomiarowych, wykonanie wykresów badanych zależności, obliczenie i analiza niepewności pomiaru. Wykształcenie u studenta samodzielnego posługiwania się aparaturą pomiarową oraz umiejętności analizy i interpretacji wyników pomiarów.

Przyrządy: tor powietrzny z dmuchawą, ślizgacz z obciążnikami do zawieszenia – 2 po 5 g i 4 po 10 g, stoper o rozdzielczości 0,01 s, (dokładność 0,05 s) z dwoma fotobramkami, nitka, bloczek stały o małej masie do przerzucenia nitki, ciężarki po ok. 5 g, taśma miernicza zwijana klasy II, 2 wagi – o dokładności 1 g i 0,1 g lub 0,01 g, ołówek (w razie potrzeby - taśma klejąca z pisakiem), nożyczki.

1. ZAGADNIENIA

1. Pojęcia i wielkości opisujące ruch postępowy i obrotowy, ruch jednostajnie przyśpieszony.
2. Układ inercjalny, I zasada dynamiki Newtona.
3. Pojęcie siły, jednostka siły, II i III zasada dynamiki Newtona.
4. Przygotować kartę pomiarową.

2. OPIS ZAGADNIENIA

A. Wprowadzenie

Zgodnie z II zasadą dynamiki Newtona, w układzie inercjalnym, jeśli na ciało lub układ ciał działa niezrównoważona siła to ciało (układ ciał) porusza się z przyśpieszeniem, którego kierunek i zwrot jest zgodny z kierunkiem i zwrotem siły wypadkowej. Przyśpieszenie $\vec{a}$ jest wprost proporcjonalne do siły wypadkowej $\vec{F}$ a odwrotnie proporcjonalne do masy M ciała (układu ciał):

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{M}. \tag{1}$$

W przypadku ruchu prostoliniowego, mamy jedną składową i możemy pominąć zapis wektorowy.
Jeśli masa jest stała wówczas

$$a \sim F \tag{2}$$

a współczynnik proporcjonalności jest równy odwrotności masy M.

W przypadku gdy w układzie pomiarowym znajduje się bloczek (krążek) stały, jak w realizowanym doświadczeniu – rys. 1, wówczas też uczestniczy w ruchu obrotowym i to należy uwzględnić. Przyjmując, że ruch jest bez poślizgu na bloczku, który obraca się bez oporów a masę nitki jako bardzo małą pominiemy, przyśpieszenie liniowe ślizgacza jest równe

$$a = \frac{F}{M + \frac{I}{r^2}}, \tag{3}$$

gdzie r – promień bloczka, $I = 0{,}5 m_b r^2$ – moment bezwładności bloczka, m_b – masa bloczka.
Ponieważ w realizacji doświadczenia $M \gg m_b$, więc człon I/r^2 można pominąć.

3. PRZEBIEG WYKONANIA ĆWICZENIA

A. Metoda pomiarów.

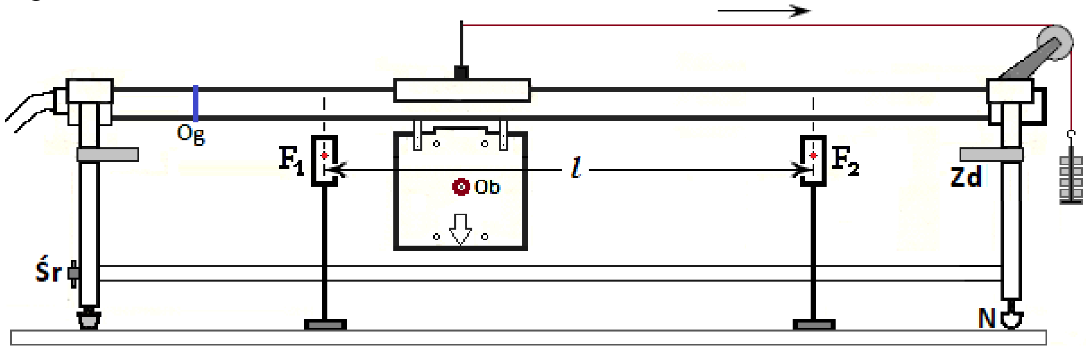
W układzie pomiarowym – rys. 1, dla prawidłowo wyregulowanego toru powietrzengo, dokonujemy pomiaru czasu ruchu ślizgacza (wózka) na drodze l pod wpływem działającej na niego siły pochodzącej od wiszących na nitce ciężarków, która jest przerzucona przez bloczek. Oznaczając przez t_i czas ruchu ślizgacza na drodze l pod wpływem działającej siły $F_i = m_i g$ pochodzącej od zawieszonego na nitce ciężarka o masie m_i (g – przyśpieszenie ziemskie) i dla przypadku gdy prędkość początkowa jest równa zero, możemy zapisać

$$a_i = \frac{2l}{t_i^2}. \tag{4}$$

Ponieważ $a_i = m_i g/M$ więc

$$m_i t_i^2 = \frac{2lM}{g} = \text{const.} \tag{5}$$

Zwróćmy uwagę, że czterokrotne zwiększenie masy ciężarka daje dwukrotne zmniejszenie czasu ruchu ślizgacza na drodze l.



Rys. 1. Schemat układu doświadczalnego. Opis w tekście.

B. Układ doświadczalny.

Doświadczenie przeprowadzane jest na torze powietrznym co umożliwia zmniejszenie do minimum oporów ruchu. Tor zbudowany jest z rury z nawierconymi otworami, umocowanej na dwóch podstawach. W skład zestawu wchodzi odpowiednio wyprofilowany ślizgacz (wózek), który porusza się na poduszce powietrznej. (Sam profil ślizgacza jest przytwierdzony do płaskiej stalowej blachy, znajduje się pod rurą toru – rys. 1, ze śrubą i dwoma parami otworów w górnej i dolnej części na której można zaczepiać obciążniki). Do wytworzenia poduszki powietrznej służy dmuchawa z rurą łączącą. Dmuchawa jest zasilana napięciem 230 V przez układ umożliwiający regulację napięcia. W podstawie od strony bloczka znajduje się śruba (ozn. N na rys. 1) służąca do regulacji położenia (nachylenia) toru. Podstawy połączone są metalową listwą z podziałką, która z jednej strony ma nakrętkę motylkową (ozn. Śr na rys. 1). Przy wstępnym poziomowaniu nakrętka powinna być poluzowana, następnie dokręcona w ten sposób aby ślizgacz nie zjeżdżał – zbyt silne (słabe) dokręcenie powoduje lekkie wygięcie rury w górę (w dół).

Uwaga: Od stanu rury i wewnętrznej powierzchni ślizgacza zależy dokładność wykonanych doświadczeń. W związku z tym należy chronić je przed uszkodzeniami i unikać stosowania zbyt niskiego napięcia zasilającego dmuchawę, które może spowodować ocieranie wózka o tor i tym samym zwiększenie czasu ruchu.

W układzie doświadczalnym jest przyrząd analogowo-cyfrowy do pomiaru czasu zasilany z sieci 230 V – stoper demonstracyjny, którego dokładność pomiaru wynosi 0,05 s. Do niego są podłączone dwie fotobramki (ozn. F_1 i F_2 na rys. 1) i przystawka zdalnego sterowania. Odczyt czasu dokonujemy: sekundy – z wyświetlacza cyfrowego sekund w rogu płyty czołowej; części sekundy z tarczy stopera mającą 100 działek elementarnych (rozdzielczość 0,01 s); Poniżej wyświetlacza umieszczony jest głośnik sygnalizujący kolejne sekundy mierzonego czasu. Na tarczy pod osią wskazówki znajdują się dwie diody spełniające rolę sygnalizacji świetlnej – jedna wskazuje ustawienie fotobramki dla „Start” a druga „Stop”. Funkcje sygnalizacyjne są zdublowane przez diody na obudowie fotobramek i na nich należy bazować.

Nad wyświetlaczem, w ściance górnej obudowy stopera, znajdują się dwa przyciski „Zerowanie i kontrola wyświetlacza”. Przed każdym kolejnym pomiarem należy stoper wyzerować. Służy do tego celu przycisk „Zerowanie”. Po naciśnięciu przycisku wskazówka ustawia się na „0” i jednocześnie wyświetlona jest cyfra „0” na wskaźniku cyfrowym oraz słychać krótki sygnał dźwiękowy.

Sygnały „Start” i „Stop” uruchamiające i zatrzymujące stoper oraz zerowania można też podawać z przystawki zdalnego sterowania, który jest podłączony do stopera.

Na zewnętrznej stronie obudowy fotobramki (od góry) znajduje się dioda, która świeci się podczas przesłonięcia fotodiody w fotobramce. Jeśli jako pierwsza jest przysłonięta fotobramka F_1 wówczas stoper się uruchomi. Jego zatrzymanie nastąpi przy przesłonięciu fotobramki F_2.

Uwaga. Przy ustawianiu położenia startu dla ślizgacza stoper będzie się załączał i należy go zatrzymać. Najbardziej efektywne jest skorzystanie z przystawkawi zdalnego sterowania, gdzie naciskając przycisk czerwony zatrzymamy stoper a czarny – wyzerujemy stoper.

C. Wykonanie doświadczenia.

1. Przećwiczyć obsługę toru powietrzego z poruszajacym się ślizgaczem, załączaniem się fotobramek, zerowaniem stopera (szczegóły obsługi stopera są w instrukcji [ ]).
2. Poziomowanie toru: wyregulować tor jezdny tak, aby postawiony na nim ślizgacz (bez przerzuconej przez bloczek nitki z ciężarkiem) pozostawał w spoczynku, a wprawiony w ruch – poruszał się ruchem jednostajnym (inercjalność układu).
3. Sprawdzić długość nitki łączącej ślizgacz z ciężarkami. Długość powinna być taka, aby podczas uderzenia ślizgacza w gumki na zderzaku (ozn. Zd na rys. 1) zawieszone ciężarki na końcu nitki przerzuconej przez bloczek znalazły się kilka centymetrów nad podłogą. Uchroni to przed wypadnięciem ciężarków z zawieszki z haczykiem. Przetestować dla maksymalnej liczby ciężarków.

   Uwaga: długość nitki powinna być jak największa jednak jej długość jest związana z wysokością z jakiej spadają ciężarki. W przypadku gdyby nitka była za krótka lub miała pętelki na swojej długości to należy ją wymienić.
4. Zaznaczyć na rurze toru (przed fotobramką F_1) maksymalną odległość ślizgacza z nitką z zawieszonym ciężarkiem. Narysować kreskę ołówkiem, też nakleić karteczkę samoprzylepną, celem dobrej widoczności. Przyklejenie karteczki stanowi pewnego rodzaju ogranicznik i może uchronić przed ewentualnym zerwaniem nitki przy przesuwaniu ślizgacza. Można też ustawić obejmę na rurze – ozn. Og na rys 1.
5. Ustawić fotobramki – pierwszą (ozn. F_1 na rys. 1) tak aby włączała się w momencie puszczena ślizgacza a drugą w minimalnej odległości od zderzaka, jednak w takiej żeby przed wyłączeniem stopera nie doszło do kontaktu ślizgacza z gumkami na obłąku zderzaka. Zaznaczyć kreską na rurze odpowiadające tej sytuacji położenie ślizgacza.
6. Zmierzyć kilkakrotnie odległość między kreskami tj. drogę l jaką przebywa ślizgacz w czasie pomiaru czasu.
7. Przetestować ruch ślizgacza z maksymalną i bliską maksymalnej liczbą ciężarków (do 45 g).

   Uwaga: ślizgacz należy przytrzymać palcem opartym delikatnie na rurze (palec powinien być z przodu ślizgacza – od strony bloczka). Nie wolno dociskać ślizgacza do rury czy go naciskać.
8. Wyznaczyć masę M ślizgacza z 6 obciążnikami (2 po 5 g i 4 nakrętki po 10 g) na wadze o dokładności 1 g.

   Uwaga 1: Ważymy od 3x do 5x.

   Uwaga 2: Obciążniki umieszczamy symetrycznie na ślizgaczu – na śrubie, w miejscu ozn. Ob na rys. 1. W trakcie doświadczenia je zdejmujemy tak aby masa układu – ślizgacz z obciążnikami i ciężarkami nie ulegała zmianie.

   Uwaga 3: Ślizgacz można dodatkowo dociążyć, np. celem okrągłej wartości liczbowej masy ślizgacza, zarówno wkręcając nakrętki o większych masach – 20 g jak i wkładając nakładki o masach 250 g w pary otworów.
9. Sprawdzić masy ciężarków na wadze o dokładności 0,1 g lub 0,01 g – powinny być po 5 g. Wyznaczyć masę pierwszego ciężarka – zawieszki z haczykiem do wieszania pozostałych ciężarków w postaci krążków ze szczeliną.
10. Zestawić układ wg rys. 1 z ciężarkiem – zawieszka z haczykiem. Ze ślizgacza zdjąć obciążnik o masie 5 g. Dokonać kilkakrotnego (co najmniej 5x) pomiaru czasu ruchu ślizgacza.

    Uwaga: uruchomienie się stopera musi nastąpić w momencie puszczena ślizgacza.

11. Dołożyć następny ciężarek i wyznaczyć masę obu ciężarków. Usunąć ze ślizgacza obciążnik tak aby masa układu – ślizgacz z obciążnikami i ciężarkami nie uległa zmianie. Dokonać kilkakrotnego (co najmiej 5x) pomiaru czasu (uruchomienie się stopera musi nastąpić w momencie puszczena ślizgacza).
12. Powtórzyć czynności z p. 11 dla kolejno dokładanych ciężarków. Masy ciężarków powinny być równe – im_1, gdzie m_1 – masa ciężarka zawieszki, i = 1, 2, …, 7, 8, 9. Można, w uzasadnionych przypadkach ograniczyć się do 7 wartości im_1.

    Uwaga: kolejność może być również malejąca czyli zamiast ciężarki dokładać można zdejmować.
13. Zdemontować układ, zostawić w stanie nie gorszym jak przed rozpoczęciem doświadczenia.

4. OPRACOWANIE WYNIKÓW POMIARÓW

A. Przedstawienie zależności, wyznaczenie wartości pomiarowych i niepewności pomiaru.

1. Obliczyć wartości średnie, odchylenia standardowe, niepewności pomiaru mierzonych bezpośrednio wielkości: M, m_i, l, t_i (patrz wzór (A) w p. 1 dodatku).
2. Obliczyć wartości średnie wielkości złożonych (wzory (4) i (5)): a_i, $m_i t_i^2$ oraz F_i jeśli będzie to wymagane (wówczas dla wartości liczbowej g przyjąć jedną cyfrę znaczącą więcej niż dla m_i).
3. Wyznaczyć niepewność standardową wielkości złożonych tj.: $u(a_i)$, $u(K_i)$, gdzie dla uproszczenia ozn. $K_i \equiv m_i t_i^2$ oraz $u(F_i)$. Obliczeń dokonaj korzystając z prawa przenoszenia niepewności pomiarów – wzór (D) w dodatku, ze wzoru (B) – dla metody elementarnej (różnic skończonych).
4. W układzie współrzędnych $(F,\ a)$ z jednostkami na osiach: $[F]$ = N, $[a]$ = m/s^2 lub w układzie współrzędnych $(F/g,\ a)$ z jednostkami: $[F/g] = [m]$ = g, $[a]$ = cm/s^2 (co jest znacznie wygodniejsze) zaznacz na papierze milimetrowym punkty odpowiadające wartościom $(F_{i,\text{śr}}, a_{i,\text{śr}})$ lub, dla drugiego układu wsp. – $(F_{i,\text{śr}}/g,\ a_{i,\text{śr}})$, gdzie $a_{i,\text{śr}}$ – średnia wartość przyśpieszenia ślizgacza pod wpływem działającej na niego siły $F_{i,\text{śr}}$ $(= g m_{i,\text{śr}})$.

    Poprowadź odręcznie półprostą między zaznaczonymi punktami. (W tym celu najlepiej jest skorzystać z przeźroczystej linijki i tak ją ułożyć aby punkt początkowy był w początku układu współrzędnych i, w przybliżeniu, sumy odległości punktów nad i pod półprostą były sobie równe.)

    Dla każdego z punktów zaznacz odcinki niepewności – tam gdzie to możliwe.

    Uwaga: dla $F = 0$, $a = a_{\text{śr}} = 0$ – ten punkt należy obowiązkowo zaznaczyć.
5. W układzie współrzędnych (i, K_i) zaznacz na papierze milimetrowym punkty odpowiadające wartościom $(i, (m_i t_i^2)_{\text{śr}})$.

    Poprowadź odręcznie prostą między zaznaczonymi punktami.

    Dla każdego z punktów zaznacz odcinki niepewności – tam gdzie to możliwe.
6. a) Z wykresu z p. 4. wyznacz wartość współczynnika nachylenia półprostej do osi odciętych.

    b) Z wykresu z p. 5. wyznacz wartość punktu przecięcia prostej z osią rzędnych.

    c) Dla tych wartości z p. a) i b) oblicz wartości masy M – wzory (1) i (5).
7. Na podstawie danych, korzystając z (5), oblicz wartość masy M.
8. Stosując metodę regresji liniowej – komputerowo (patrz dodatek), wyznaczyć współczynnik nachylenia prostej. Dla tej wartości obliczyć wartość masy M.
9. Oszacuj zgodność badanych zależności z oczekiwaną liniową – oblicz wpółczynnik korelacji liniowej Pearsona (patrz Dodatek).
10. Oszacuj niepewność pomiaru wartości $a_{\text{śr}}$ i $K_{\text{śr}}$ na podstawie wykresów z p. 4 i p. 5. – metodą graficzną.
11. Oblicz, korzystając z arkusza kalkulacyjnego, niepewność parametrów prostej dla regresji liniowej z p. 8.: $a = a(F)$ i K = const.
12. Korzystając z arkusza kalkulacyjnego utwórz (punktowy) wykres dla zależności $a = a(F/g)$ z zaznaczeniem krzyżyków (odcinków) niepewności (tzw. słupki błędu w żargonie komputerowym).

Uwaga: zakres opracowania określa prowadzący zajęcia.

B. Zestawienie wyników i niepewności pomiarowych.

C. Dokonać dyskusji wyników, porównać otrzymane zależności i wartości, zapisać wnioski i uwagi dotyczące doświadczenia.

Korzystając z przedziałowego *kryterium zgodności wyników pomiarów* porównaj obliczone wartości masy M w p. 6. c), 7. i 8. z wartością wyznaczoną na wadze.

Wskazać źródła ewentualnych odstępstw od oczekiwanej zależności, gdzie są największe niepewności pomiaru.

W arkuszu kalkulacyjnym jest wykorzystana tzw. normalna metoda najmniejszych kwadratów – na ile ta metoda, w porównaniu do prostej regresji ortogonalnej, jest uzasadniona.

LITERATURA

1. D. Halliday, R. Resnick, J. Walker: *Podstawy fizyki*. Warszawa, PWN, 2007 lub inne wydanie.
2. H. Szydłowski: *Analiza graficzna w nauczaniu fizyki*, Fizyka w Szkole 2/2002, http://dydfiz.univ.szczecin.pl/pdf/pdf_270.pdf
3. Instrukcja obsługi *Stoper demonstracyjny* – www.dydaktyka.fizyka.szc.pl/pdf/pdf_19.pdf
4. Aplikacja: *Ruch wózka pod działaniem stałej siły* – http://dydaktyka.fizyka.szc.pl/ zakładka „*zajęcia*"

*Dodatek

1. Niepewność pomiaru

Niepewność całkowita wielkości x mierzonej bezpośrednio:

$$u(x) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 + \frac{(\Delta_\mathrm{d} x)^2}{3} + \frac{(\Delta_\mathrm{t} x)^2}{3} + u_\mathrm{e}^2(x)} \tag{A}$$

gdzie pierwszy składnik pod pierwiastkiem – niepewność standardowa średniej; $\Delta_\mathrm{d} x$ – niepewność wzorcowania (niepewność wynikająca z dokładności przyrządu); $\Delta_\mathrm{t} x$ – niepewności wyników zaczerpniętych z literatury, tablic lub kalkulatora; $u_\mathrm{e}(x)$ – niepewność standardowa eksperymentatora.

Złożoną niepewność standardową $u(y)$ – niepewność dla funkcji kilku zmiennych $y = f(x_1, \ldots, x_i, \ldots, x_N)$ oblicza się korzystając z **prawa przenoszenia niepewności** pomiarów bezpośrednich nieskorelowanych w postaci

$$u(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 u^2(x_i)} = \sqrt{\sum_{i=1}^{N}\left[c_i u(x_i)\right]^2} \equiv \sqrt{\sum_{i=1}^{N} u_i^2(y)}\,,$$

N – liczba wielkości mierzonych bezpośrednio, c_i – wsp. wrażliwości, $u_i(y) \equiv c_i u(x_i)$ – udziały niepewności.

Obliczanie niepewności $u(y)$ można dokonać bez odwoływania się do rachunku różniczkowego korzystając z metody elementarnej – wzoru wskaznego w *Przewodniku GUM* [1] poprzez obliczanie *udziałów niepewności*

$$u_i(y) = \frac{1}{2}\left| f(x_1, \ldots, x_i + u(x_i), \ldots, x_N) - f(x_1, \ldots, x_i - u(x_i), \ldots, x_N)\right| \tag{B}$$

($u_i(y)$ – zmiana wartości funkcji f spowodowana zmianą x_i o $+u(x_i)$ i o $-u(x_i)$).

i obliczanie $u(y)$ jako sumy geometrycznej udziałów:

$$u(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} u_i^2(y)}\,. \tag{C}$$

W przypadku gdy zależność funkcyjna dla f ma postać jednomianu: $y = c\, x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \ldots x_n^{\alpha_n}$, c – stała, wówczas wygodnie jest korzystać z prawa propagacji niepewności względnych[2]

[1] *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*, ISO, Switzerland 1993, 1995; (dokument wydany w imieniu BIPM, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, IUPAP, OML). Fundamentalny dokument zbiorowego autora – zespołu międzynarodowych organizacji naukowo-technicznych – dla ustanowienia procedury wyrażania niepewności pomiaru, jest wydany przez Międzynarodową Organizację Normalizacyjną (ISO) Publikacja jest udostępniona online: www.bipm.org/utils/common/documents/jcgm/JCGM_100_2008_E.pdf

$$\frac{u(y)}{|y|} = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \left[\alpha_i \, u_{\mathrm{r}}(x_i)\right]^2} \ , \qquad \text{(D)}$$

gdzie $u_{\mathrm{r}}(x_i) \equiv u(x_i)/|x_i|$ – względna niepewność pomiaru wielkości x_i.

Porównywanie wyników

Chcąc porównać otrzymane wyniki z innym wynikiem, np. tablicowym x^{T}, korzystamy z przedziałowego ***kryterium zgodności wyników pomiarów***, czyli sprawdzamy czy dla naszych wyników spełniona jest nierówność:

$$\left|\bar{x} - x^{\mathrm{T}}\right| \le u(\bar{x}) + u(x^{\mathrm{T}}) \ . \qquad \text{(E)}$$

Jeżeli powyższa nierówność nie zachodzi, należy zastąpić niepewność u przez *niepewność rozszerzoną U*, gdzie $U(x) = ku(x)$ a współczynnik k, w naszym przypadku należy przyjąć 2. Jeśli i wówczas ta nierówność nie jest spełniona to znaczy, że wyniki nie są zgodne.

Niepewność rozszerzona (*expanded uncertainty*) – zdefiniowana przez „wielkość określającą przedział wokół wyniku pomiaru, taki że można oczekiwać, iż obejmie on dużą część wartości, które w uzasadniony sposób można przyporządkować wielkości mierzonej."

Obie niepewności są powiązane zależnością $U = ku$, gdzie k – współczynnik rozszerzenia. Współczynnik rozszerzenia k zależny jest od liczby pomiarów oraz poziomu ufności (określany jest często mianem *współczynnika Studenta-Fishera* $t_{n,\alpha}$), w większości przypadków przyjmujemy $k = 2$

Regresja liniowa – klasyczna (metoda najmniejszych kwadratów)[3]

Jeżeli pomiędzy dwiema wielkościami fizycznymi występuje zależność liniowa to regresja liniowa jest prostą metodą wyznaczenia parametrów najlepiej dopasowanej prostej. Parametry prostej określonej równaniem $\boldsymbol{y = mx + b}$ wyznaczamy przy użyciu ogólnie dostępnych (dość złożonych) wzorów. Znając współczynniki m i b regresji liniowej oraz współczynnik korelacji (Pearsona) r można, korzystając z poniższych wzorów, obliczyć niepewności pomiaru (odchylenia standardowe) typu A (statystyczne)

$$u_{\mathrm{A}}(m) = |m| \sqrt{\frac{1/r^2 - 1}{n-2}} \ , \qquad u_{\mathrm{A}}(b) = u_{\mathrm{A}}(m) \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2\right) / n} \ . \qquad \text{(F)}$$

Wartości współczynników charakteryzujących prostą dla regresji liniowej szybko otrzymamy korzystając z funkcji wbudowanych w arkuszu kalkulacyjnym.

Współczynnik korelacji liniowej Pearsona r – bezwymiarowy wskaźnik z przedziału [–1, 1] określający stopień liniowej zależności dwóch zestawów danych. Składnia w Excelu: =PEARSON(tablica1;tablica2).

Współczynniki regresji liniowej, składnia w Excelu:

m: =NACHYLENIE(*znane_y*;*znane_x*); *b*: =ODCIĘTA(*znane_y*;*znane_x*)

Uwaga: zwrócić uwagę, że na pierwszym miejscu jest „*y*" a na drugim „*x*".

Wartości: m i b, $u_{\mathrm{A}}(m)$ i $u_{\mathrm{A}}(b)$ oraz r^2 i $u(r)$ otrzymamy korzystając z bardziej wszechstronnej funkcji tablicowej REGLINP, która zwraca tablicę wartości. Składnia: =REGLINP(*znane_y*;*znane_x*;*stała*;*statystyka*).

Stała – argument opcjonalny; domyślna wartość PRAWDA oznacza normalne liczenie wartości wpółczynnnika b; wartość FAŁSZ wymusza , to stała $b = 0$ (wartość m jest dopasowana do danych tak, aby spełnić równanie $y = mx$), tak jest w naszym przypadku.

Statystyka – argument opcjonalny. Jeżeli dla wyświetlenia wartości funkcji oznaczymy obszar „2 kolumny na 2 wiersze (3 wiersze)" i wartością jest:

– PRAWDA, to funkcja w kolejnych wierszach zwraca kolejno: m i b, $u_{\mathrm{A}}(m)$ i $u_{\mathrm{A}}(b)$ – przy zaznaczeniu obszaru z 2 wierszami (oraz r^2 i $u(r)$ przy zaznaczeniu obszaru z 3 wierszami).

– FAŁSZ lub argument został pominięty, to funkcja zwraca jedynie wartości współczynników m i b.

Aby użyć funkcję REGLINP trzeba: (i) zaznaczyć obszar w którym ma się znaleźć wynik; (ii) wpisać nazwę funkcji; (iii) zatwierdzić jej wprowadzanie kombinacją klawiszy *Ctrl+Shift+Enter*.

Na temat wszystkich statystyk, generowanych przez funkcję REGLINP można przeczytać w Pomocy.

Uwaga. W arkuszu kalkulacyjnym jest wykorzystana tzw. normalna metoda najmniejszych kwadratów, pojawia się pytanie na ile ta metoda, w porównaniu do prostej regresji ortogonalnej z rys. odręcznego, jest zgodna.

---

[2] Niepewność względna w *Przewodniku GUM* nie ma oddzielnego oznaczenia. W sytuacjach nie powodujących nieporozumień można stosować zapis z indeksem dolnym „r" tj. $u_{\mathrm{r}}(y) \equiv u(y)/y$.

[3] np. P. Bilski, M. Dobies, A. Kozak, M. Makrocka-Rydzyk, *Materiały do ćwiczeń ze wstępu do pracowni fizycznej. Normy ISO i matematyka w laboratorium*. Wyd. Naukowe UAM; 2014; A. Zięba: *Analiza danych w naukach ścisłych i technice*. PWN. Warszawa, 2014.